**Introducción**

Uno de los conceptos básicos en teoría de juegos es el razonamiento iterado, el proceso en el que los jugadores incorporan las creencias que tienen sobre la conducta de los otros jugadores en su toma de decisiones.

Keynes (1936) ilustró el proceso de razonamiento iterado con una analogía: Un concurso en el que los participantes deben elegir de entre cien fotografías de rostros, cuáles piensan que los demás participantes considerarán que son los más atractivos.

Tomando en cuenta que todos los participantes se enfrentan al mismo problema, para ganar no deben elegir cuáles rostros piensan que son los más atractivos, ni cuáles piensan que los demás participantes piensan que son más atractivos, sino aquellos que piensan que los demás participantes piensan que los demás participantes piensan que son los más atractivos. Esto implica tres pasos de razonamiento iterado, pero los participantes son libres de realizar pasos adicionales.

Un agente totalmente racional debería realizar tantos pasos de razonamiento iterado como fueran necesarios para llegar a la solución por dominancia del juego (el equilibrio de Nash). En la realidad, las personas no se comportan de forma perfectamente racional, y la cantidad de pasos de razonamiento iterado que realizan es limitada (Stahl & Wilson, 1995).

El juego *p*-Beauty contest, llamado así a partir de la analogía de Keynes, ha sido utilizado para estudiar el razonamiento iterado.

En este juego, todos los participantes deben elegir simultáneamente un número en el rango [0−100] sin revelarlo a los otros jugadores. Posteriormente, se calcula la media de todos los números elegidos por los jugadores y este valor se multiplica por un parámetro *p* que es conocido de antemano por todos los jugadores, positivo y diferente de 1, (generalmente se utiliza *p* = 2/3). A este nuevo valor se le llama el número objetivo, y el ganador del juego será el participante que haya elegido el número más cercano a este número.

Si los jugadores utilizaran una cantidad infinita de pasos de razonamiento iterado, llegarían a la solución por dominancia del juego, y todos elegirían el número 0. Experimentalmente esto no ocurre, pero cuando el mismo grupo de participantes juega varias veces, sus elecciones se acercan paulatinamente al equilibrio con cada repetición del juego.

Se han propuesto modelos que dan cuenta de la forma en la que las personas eligen sus números en el juego.

Estos modelos capturan la noción de que la elección de las personas depende de su nivel cognitivo, es decir, del número de pasos de razonamiento iterado que son capaces de realizar, así como de las creencias o expectativas que tienen sobre el nivel cognitivo de los demás jugadores.

Este trabajo de investigación pretende estudiar la relación entre las elecciones de las personas y sus creencias sobre las elecciones de los demás jugadores, y como la experiencia que se adquiere jugando el juego repetidamente influye en esta relación.

El resto de este trabajo de investigación está dividido en cinco apartados: En el primero se presenta el marco teórico, que describe los modelos de nivel-*k* usados para explicar la conducta de las personas en el juego, así como la relación empírica entre las elecciones de las personas y sus creencias, y la forma en que la experiencia en juegos repetidos influye las elecciones de los jugadores. También se detallan los objetivos concretos del trabajo de investigación y las estrategias para alcanzarlo.

En el segundo apartado se describe el método utilizado, incluyendo información sobre los participantes, el procedimiento y el diseño experimental. En el tercer apartado se reportan los resultados de los análisis realizados con los datos obtenidos. En el cuarto apartado se elabora la discusión a partir de los resultados, y las conclusiones se presentan en el quinto apartado.

1. **Marco teórico**
   1. Modelos de nivel-*k*

Este modelo fue propuesto por Nagel (1995) para dar cuenta de la conducta de las personas en juegos con solución por dominancia en general, y en *p*-Beauty contest en particular. El modelo establece niveles cognitivos que describen cuántos pasos de razonamiento iterado realiza una persona en el juego.

Existen jugadores con un nivel cognitivo 0, caracterizados por no realizar ningún paso de razonamiento iterado, es decir, no toman en consideración que las elecciones de los otros participantes inﬂuyen en el cálculo del número objetivo. Para elegir su número, estos jugadores se basan en alguna regla arbitraria, como su número de la suerte o favorito, 50 porque está a la misma distancia de ambos extremos del rango, etc., por lo que podrían elegir cualquier número del rango con una probabilidad simillar.

Un jugador de nivel 1 es aquél que se sí considera que las elecciones de los otros jugadores influyen en el cálculo del número objetivo, pero supone que los otros jugadores no han tomado esto en consideración; el jugador de nivel 1 asume que los demás jugadores son de nivel 0 y elige el número que es la respuesta óptima contra este tipo de jugadores. El jugador asume que la media de números elegidos por todos los jugadores estará cerca de 50 (el mejor predictor de un conjunto de números aleatorios entre 0 y 100) y multiplicará este número por *p* para acercarse lo más posible al número objetivo.

Un jugador de nivel 2 no solo considera que las elecciones de otros jugadores influyen en el número objetivo, también asume que los otros jugadores saben esto; el jugador de nivel 2 elegirá el número que es la respuesta óptima contra una población de oponentes de nivel 1. Como estos eligen números cercanos a 50\**p*, el jugador de nivel 2 debe multiplicar por *p* nuevamente para acercarse al número objetivo, esto es 50\**p*^2.

Generalizando, un jugador de nivel *k* elegirá la respuesta óptima contra una población de jugadores de nivel *k*-1, que puede expresarse como 50\**p*^*k*. Con base en esta regla, el modelo clasifica a los jugadores en un nivel cognitivo en función de a cuál de los intervalos de elección establecidos por el modelo pertenece su número elegido.

Por lo tanto, la elección de los jugadores depende de tres elementos: 1) sus creencias sobre como juegan los participantes de nivel 0, 2) sus expectativas sobre el nivel cognitivo de los oponentes, y 3) el número de pasos de razonamiento que son capaces de hacer en el juego (Agranov et al., 2012).

En la siguiente sección se ahonda sobre el segundo elemento: las expectativas (i. e. creencias) sobre el nivel cognitivo de los oponentes, y la evidencia que se ha encontrado sobre su relación con la elección.

* 1. Relación entre creencias y elecciones

Para aportar evidencia empírica de la influencia de las creencias sobre la sofisticación de los otros jugadores en las elecciones en *p*-beauty contest, Agranov et al. (2012) manipularon las creencias que los participantes tenían sobre sus oponentes en un juego de *p*-beauty contest; en una condición se le dijo a cada participante que jugaría con 7 estudiantes graduados de economía con conocimiento sobre este tipo de juegos, mientras que en otra condición se les dijo que jugarían con 7 computadoras que elegían números entre 0 y 100 con la misma probabilidad.

En la condición con estudiantes graduados los participantes mostraron un nivel cognitivo significativamente mayor que en la condición de las computadoras.

Con este resultado, los autores demostraron que el nivel cognitivo que muestran las personas en juegos de *p*-beauty contest depende no únicamente de su sofisticación cognitiva, sino también de sus creencias sobre la sofisticación de los otros jugadores.

Con la intención de estudiar de forma mucho más directa la relación entre creencias y elecciones, Lahav (2015) utilizó creencias provocadas (elicited beliefs) en sesiones experimentales con hasta 20 participantes, que jugaron por 5 periodos (repeticiones del juego). En cada periodo, además de elegir su propio número, se les pidió a los participantes que adivinaran cuántos de los otros participantes elegirían números en los intervalos 0-10, 11-20, 21-30, …, 91-100.

Contrario con investigaciones previas, Lahav (2015) concluye que las elecciones no son un reflejo preciso de las creencias de las personas, pues al calcular la creencia de los participantes sobre cuál será el promedio de los números elegidos en el juego a partir de las creencias provocadas y multiplicar este número por p, encuentra diferencias significativas entre este valor y la elección real de los participantes.

Se considera importante realizar las siguientes puntualizaciones sobre los resultados y conclusiones de Lahav (2015):

1) Por el método utilizado para provocar las creencias, la creencia sobre el promedio de números elegidos solo es una aproximación.

2) Con alrededor de 20 personas participando en el juego, que los jugadores basen su elección en un cómputo exacto parece inverosímil.

3) Gracias a la implementación de grupos control, se determinó que provocar creencias no influye significativamente en el número elegido de los participantes.

4) El quinto periodo del juego fue el único en el que no hubo diferencias significativas entre creencias y elección, lo que podría apuntar a que esta discrepancia disminuye con la experiencia.

5) en un intento de regular la tendencia de los números elegidos de aproximarse cada vez más al equilibrio en cada periodo, Lahav implementó un método de normalización en el que ponderó las diferencias entre creencias y elecciones de cada participante en cada periodo por el promedio de los números elegidos por todos los participantes en ese periodo. Un problema con este método es que castiga más severamente las diferencias entre creencias y elecciones cuando estas están por arriba del promedio de números elegidos; no solo evalúa la diferencia entre creencias y elecciones, sino también qué tan sofisticada es la elección y creencia del participante.

El resultado mencionado en el punto 4 permite cuestionar si la discrepancia entre creencias y elecciones se ve afectada por la experiencia que tienen los participantes en el juego. En la siguiente sección se revisa el efecto de la experiencia en juegos repetidos de *p*-beauty contest.

* 1. Efecto de la experiencia

Para estudiar el efecto de la experiencia en juegos repetidos de *p*-beauty contest, Slonim (2005) realizó sesiones de juego compuestas por tres subjuegos, cada uno a su vez compuesto por cuatro periodos de juego. En todos los periodos de juego participaban tres personas cada vez.

En una condición experimental, luego del primer subjuego, dos jugadores salieron del juego y fueron reemplazados por dos jugadores que no habían jugado el juego previamente. El jugador que no fue reemplazado continuó en el grupo. Los tres jugadores participaron en el segundo subjuego, luego del cual los jugadores que habían entrado al inicio del subjuego 2 salieron del juego. Dos jugadores nuevos entraron para jugar el subjuego 3 junto con el participante que no fue reemplazado. En total se jugaron 12 periodos a lo largo de tres subjuegos, con un participante jugando en todos los 12 periodos, y los otros dos jugadores cambiando al inicio de cada subjuego.

Con esta manipulación, uno de los jugadores contaba con mayor experiencia que los demás. En otra condición experimental, dos jugadores también eran reemplazados al inicio de cada subjuego, pero estos jugadores nuevos contaban con la misma experiencia (cantidad de juegos jugados) que el jugador que permanecía en el juego.

En ambas condiciones, todos los participantes eran informados y conocían el nivel de experiencia de los demás participantes.

Slonim (2005) reportó que los jugadores con más experiencia mostraron un mayor nivel cognitivo observado (números elegidos más cercanos a 0) cuando sabían que jugaban contra oponentes que también contaban con experiencia, comparado a cuando sabían que jugaban contra oponentes que no habían jugado previamente. Este resultado apoya la noción de que las creencias sobre el nivel cognitivo de los otros jugadores influyen en las elecciones.

En contraste, los jugadores sin experiencia no mostraron diferencias signiﬁcativas en sus elecciones cuando jugaron contra otros oponentes sin experiencia o contra oponentes experimentados.

Sobre el efecto de la experiencia en el desempeño de los jugadores, no es de sorprender que los jugadores experimentados ganan el juego con mayor frecuencia cuando los otros jugadores no cuentan con experiencia, pero esta ventaja se reduce periodo a periodo, conforme los otros jugadores adquieren experiencia.

Por otro lado, Slonim (2005) reporta un efecto de reset en las elecciones de los participantes que se mantienen en el juego al iniciar un nuevo subjuego, es decir, para los jugadores con experiencia, la tendencia a elegir números más cercanos al equilibrio periodo a periodo se revierte cuando nuevos jugadores entran en el juego.

Con base en estos hallazgos, y los reportados en las secciones anteriores, en la siguiente sección se plantea formalmente el objetivo de este trabajo de investigación, y las estrategias para llevarlo a cabo.

* 1. Objetivo

El presente trabajo de investigación busca responder si, luego de provocar creencias en los jugadores en *p*-beauty contest, las discrepancias entre las creencias y elecciones de los jugadores disminuyen por efecto de la experiencia obtenida al participar repetidas veces en el juego.

Para responder a esta pregunta, se pueden provocar las creencias de los jugadores utilizando una versión modificada del método de Lahav (2015): Con un grupo más pequeño de jugadores, es posible preguntar directamente por las creencias sobre los otros jugadores, con lo que la estimación de las creencias es más precisa y es más verosímil que haya una correspondencia directa entre creencias y elecciones.

Para resolver el problema del efecto de piso provocado por la tendencia a elegir números más pequeños en cada repetición del juego, se puede provocar un efecto de reset en la elección de jugadores con experiencia en el juego, como el reportado por Slonim (2005), al agregar nuevos jugadores en un *p*-beauty contest repetido. El efecto de reset deberá alejar del equilibrio la elección y las creencias del jugador experimentado, lo que removerá el efecto de piso.

Adicionalmente, se puede utilizar una medida menos arbitraria que la que utiliza Lahav, como la diferencia relativa entre creencias y elecciones, esto es, la diferencia entre ambos valores ponderada por su punto medio.

1. **Método**
   1. Participantes

50 estudiantes de los primeros semestres de la facultad de psicología que fueron invitados a participar de forma voluntaria en el experimento. Por su participación, todos recibieron medio punto extra de calificación en un examen de una de sus clases, mientras que aquellos participantes que obtuvieron más ganancias en el juego recibieron otro medio punto extra adicional.

* 1. Procedimiento

En cada sesión se citaron a 5 participantes, que fueron reunidos en un aula en la que primero se les leyó las instrucciones del experimento. Estas instrucciones se pueden consultar en el apéndice.

A cada participante se le entregaron 4 formatos de respuesta. Los formatos se pueden observar en el apéndice.

* 1. Diseño experimental

Se realizaron 10 sesiones experimentales con 5 participantes diferentes en cada una. Las sesiones se llevaron a cabo en un aula sin distracciones externas. Al inicio de cada sesión se asignó de forma aleatoria un rol a cada participante (Participantes A, B, C, D y E).

Las sesiones se dividieron en dos subjuegos. En el primero, los participantes A, B y C jugaron por 4 periodos, mientras los participantes D y E esperaron en un aula diferente, y no pudieron hablar entre ellos. Terminado el subjuego 1, los participantes B y C se retiraron, y en el subjuego 2 los participantes A, D y E jugaron por 4 periodos.

1. **Resultados**
   1. Efecto de reset
   2. Consistencia entre creencias y elecciones
   3. ¿Mejoran las creencias?
2. **Discusión**

Blabla

1. **Conclusión**

Blabla

**Referencias**

Agranov, M., Potamites, E., Schotter, A., & Tergiman, C. (2012). Beliefs and endogenous cognitive levels: An experimental study. *Games and Economic Behavior*, 75(2), 449-463.

Keynes, J. (1956). M. 1936. *The general theory of employment, interest and money*, 154-6.

Lahav, Y. (2015). Eliciting beliefs in beauty contest experiments. *Economics Letters*, 137, 45-49.

Nagel, R. (1995). Unraveling in guessing games: An experimental study*. The American Economic Review*, 1313-1326.

Slonim, R. L. (2005). Competing against experienced and inexperienced players. Experimental Economics, 8(1), 55-75.

Stahl, D. O., & Wilson, P. W. (1995). On players models of other players: Theory and experimental evidence. *Games and Economic Behavior*, 10(1), 218-254.

**Apéndice**

*Instrucciones para todos los participantes al inicio de la sesión:*

Hola a todos y gracias por venir. Este es un experimento sobre toma de decisiones y no queremos que influyan sobre las decisiones de los demás. Por lo tanto, no está permitido que hablen o se comuniquen entre ustedes.

Si tienen alguna duda levanten la mano e iré a su lugar para resolverla.

En este experimento, van a participar en un juego que se repite cuatro veces. Llamaremos a cada repetición del juego un “Periodo”. En el juego sólo participan tres personas. Mediante un sorteo, elegiremos a tres de ustedes para que jueguen primero, mientras los otros dos esperarán fuera del aula. Cuando las primeras tres personas terminen de jugar por cuatro periodos, se elegirá a una de estas tres personas para que juegue junto con las dos personas que estaban esperando. Cuando este segundo grupo termine de jugar cuatro veces, terminará el experimento.

En cada periodo podrán ganar puntos de juego. Por el hecho de participar en este experimento, todos tienen medio punto sobre su examen parcial, y al final de los cuatro periodos, el participante que haya acumulado más puntos de juego ganará otro medio punto sobre su examen parcial, por lo que pueden ganar hasta un punto completo sobre su examen parcial. En cada periodo, un jugador puede ganar hasta 8 puntos de juego, pero esto dependerá del desempeño de todos los participantes.

[Entregar cuatro (4) formatos de respuesta a cada participante. Cada participante debe recibir formatos con los números del 1 al 4 y con su clave personal.]

Les estoy entregando cuatro formatos de respuesta a cada uno. Noten que los formatos que cada uno recibió tienen una combinación de números y letras en la celda llamada “Clave”. Esta clave es única para cada uno de ustedes y la usaremos para identificarlos.

Los formatos también contienen una celda llamada “Periodo” que contiene un número del 1 al 4. En cada periodo de juego, usarán únicamente el formato de respuesta que corresponda al periodo que se está jugando, es decir, el formato que dice Periodo 1 en el primer juego, el formato que dice Periodo 2 en el segundo juego, y así sucesivamente.

¿Cómo se juega? En cada periodo, cada jugador debe elegir un número entero entre el 0 y el 100. Deberán escribir su número en el formato de respuesta, en la celda llamada “Mi Número Elegido”. No dejen que los otros participantes conozcan el número que eligieron.

El ganador de ese periodo será el participante cuyo número elegido esté lo más cercano posible al Número Objetivo de ese periodo. ¿Cuál es el Número Objetivo? El Número Objetivo se calcula de la siguiente manera:

Se obtiene el promedio de los números elegidos por cada jugador, es decir, se suman los tres números y se divide entre 3. Después, este número promedio se multiplica por 2/3, es decir se multiplica por 2 y se divide entre 3. El resultado es el Número Objetivo.

En otras palabras, para ganar deberán elegir un número que crean que estará lo más cerca posible al promedio de los números elegidos por todos los participantes, multiplicado por 2/3. El ganador obtendrá 6 puntos de juego. Si dos o los tres de ustedes eligen números igual de cercanos al Número Objetivo, los 6 puntos de juego se dividirán equitativamente entre todos los participantes ganadores.

Como verán, hay una celda más en su formato de respuesta, llamada “Números de los otros Jugadores” que contiene espacio para que escriban dos números. Lo que deben hacer en cada periodo después de elegir su propio número es escribir en esta celda dos números enteros que ustedes crean que estarán lo más cerca posible a los números que van a elegir los otros dos participantes. En otras palabras, deben intentar adivinar qué números elegirán los otros jugadores.

Ganarán 1 punto de juego si uno de los otros participantes elige para el juego un número hasta 5 números por arriba o por debajo de uno de los números que escribiste en la celda de “Números de los otros Jugadores”. Ganarán otro punto de juego si el otro participante elige un número hasta 5 números por arriba o por debajo de tu segundo número escrito en la celda de “Números de los otros Jugadores”.

Es decir, sólo ganarán dos puntos si tus dos números se acercan a los dos números de tus oponentes.

[De ser necesario, dibujar en el pizarrón: X +-5 Y +-5]

Ustedes eligen dos “Números de los otros Jugadores”, X y Y. Si ambos jugadores eligen un número que está dentro del rango de X +-5, pero ninguno de los dos entra en el rango de Y+-5, entonces sólo ganarán un punto. Para que sea posible ganar el segundo punto, el número de uno de los otros jugadores debe caer dentro de X+-5 y el otro dentro del rango de Y+-5. Si creen que los otros jugadores van a elegir números muy cercanos, es válido elegir números muy cercanos o incluso iguales.

Recuerden, los números que elijan para la celda “Números de los otros Jugadores” NO influyen en el valor del Número Objetivo ni influyen en determinar qué jugador gana en cualquier periodo. Los números de esta celda únicamente sirven para ganar puntos ADICIONALES si adivinan los números que los otros participantes escribieron en la celda “Mi Número Elegido”.

Una vez que hayan llenado todas las celdas del formato de respuesta para el periodo actual, coloquen su formato boca abajo y esperen a que los otros participantes terminen y hagan lo mismo. Una vez que todos hayan terminado, pasaré a sus lugares a recoger sus formatos de respuesta para este periodo. Escribiré en el pizarrón los tres números elegidos sin indicar a quién corresponde cada número, y usaré los números elegidos para calcular el promedio, que escribiré en el pizarrón. Multiplicaré el promedio por 2/3 y escribiré este número, que será el Número Objetivo, en el pizarrón.

Revisaré cuál de los tres números elegidos es el más cercano al Número Objetivo, y si los números que escribieron en la celda “Números de los otros Jugadores” acertaron a los números elegidos por sus oponentes. En función a esto registraré cuántos puntos obtuvo cada quien en este periodo y se los haré saber de forma individual.

Borraré los números escritos en el pizarrón y comenzaremos el siguiente periodo, repitiendo el proceso.

[Realizar el sorteo. Las personas con las claves A, B, y C juegan primero].

*Instrucciones para los participantes del subjuego 2:*

Les repito brevemente las instrucciones. Van a repetir un juego cuatro veces. En cada repetición, o periodo, van a elegir un número entero entre 0 y 100 que escribirán en la celda “Mi Número Elegido”. Ganará 6 puntos de juego el participante que haya elegido el número más cercano al promedio de los números elegidos por los todos participantes, multiplicado por 2/3.

En la celda “Números de los otros Jugadores” deben escribir dos números enteros que crean que estarán lo más cerca posible de los números elegidos por los otros participantes. Ganaran 1 punto de juego por cada número que hayan escrito en esta celda que esté 5 números por arriba o por debajo de un número elegido por los otros jugadores.

Recuerden que uno de ustedes ya ha jugado este juego, mientras que dos de ustedes nunca lo han jugado.

*Formato de respuesta:*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Clave  S1A | Mi Número Elegido  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | Números de los otros jugadores  \_\_\_\_\_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
| Periodo  1 |